Inhalt

Schwerkraftvorspann

Paris. Es regnet. Es regnet Benzol.

Mehr passiert nicht, deshalb werden auch in spätestens fünf Minuten alle weg sein, ruckzuck. Kein Meteoritenschauer oder mindestens Ähnliches in der Größenordnung will heute für Einschlagzeilen sorgen.

Allerdings regnet es ausnahmsweise Benzolringe. Es regnet genau genommen so lange Benzolringe, bis alles nur noch aus lauter Sechsecken besteht.

Fast alles – in den spiegelnden Quecksilberpfützen vor dem *Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides* verschwimmt ein kleines viereckiges Gedankengebäude.

Einige Angestellte der besagten Einrichtung für Probleme der Himmelsmechanik sind damit beschäftigt, das quadratische Etwas in quietschende, nein besser reibungsfreie Rotation zu versetzen, was viel Aufwand um vier Ecken bedeutet.

Dabei hätte ein einziges Dreieck für eine Menge Ärger gereicht.

Selbst wenn eine n-köpfige Besuchergruppe darüber hinwegtrampelt, bis es unendlich flach und nur noch eine Linie ist.

Ein Dreieck, genauer – eine Anordnung aus drei Objekten, die aufeinander Kräfte ausüben. Ein sogenanntes Dreikörperproblem. Zum Beispiel: drei Massen, die sich durch Gravitation gegenseitig anziehen, mathematischen Gesetzmäßigkeiten folgend. Auch als allgemeineres Mehrkörperproblem mit beliebig vielen Teilnehmern erhältlich. Und als Version mit elektrischen Ladungen und entsprechenden Kräften, die anziehend oder abstoßend wirken können. Aber die ist soeben vom Blitz getroffen worden, deshalb schnell weg damit, am besten in den Keller der Anstalt, hinter die Abschirmung. Vorsicht Hochspannung!

Bei Gravitation funktioniert das nicht, die lässt sich nicht verstecken. Doch wer traut sich da ran?

Acta M oder eine Anleitung, wie man seine selbstgegründete Zeitschrift nach vorne bringt

Schritt 1: *Auswahl der handelnden Personen*
Wir suchen einen Protagonisten für diese Geschichte und finden ihn 1882 in Stockholm. Sein Name: Gösta Mittag-Leffler, 1881 gerade zum Professor für Mathematik berufen. Besondere Kennzeichen: Internationale Studienerfahrungen, unter anderem in Frankreich und Deutschland herumgekommen, zu dieser Zeit wegen erheblicher politischer Spannungen keineswegs

üblich. Engagierte Streberkarriere und mathematische Spitzfindigkeit. Stopp. Reicht das aus?

Noch nicht für diese Episode. Mittag-Leffler ist etwas ganz Besonderes unter den Vertretern seiner Art. Er ist ein Kommunikationsgenie.

Schritt 2: Übliche Vorstellung von Mathematikern als autistische Zahlen- und Symbolfrickler überschreiben

Schritt 3: *Eine entgegenkommende Idee*
Um seine Fähigkeiten optimal einbringen zu können, gründet Mittag-Leffler eine neue mathematische Zeitschrift. Die soll in erster Linie den Fortschritt auf diesem Gebiet beschleunigen, natürlich aber auch seinen Ruf in der Fachwelt ausbauen. Das Innovative an diesem Journal ist seine internationale Ausrichtung, Mittag-Lefflers grenzüberschreitende Studienerlebnisse haben ihn zu einem solchen Konzept inspiriert.

Insbesondere Artikel deutscher und französischer Wissenschaftler sollen innerhalb einer Publikation veröffentlicht werden können, normalerweise wegen politischer Feindseligkeiten der beiden Länder ein Ding der Unmöglichkeit. Mittag-Lefflers *Acta Mathematica* erscheint aber in Schweden, weit weg von den Querelen und damit außerhalb der Problemzone. Bleibt nur noch die Sache mit der Sprache.

Schwedisch ist zu dieser Zeit keine in der Wissenschaft sehr verbreitete Sprache, und so stellt Mittag-Leffler den Autoren frei, entweder Französisch oder

Deutsch zu wählen. Damit kommt er sich selbst auch wieder sehr entgegen, beides beherrscht er nämlich ausgezeichnet.

Schritt 4: *Acta royal*
Die Druckkosten der umfangreichen und aufwendig gesetzten Ausgaben sind hoch. Mittag-Leffler muss zunächst viel Geld auslegen, aber der erhoffte Erfolg des Blattes lässt auf sich warten. Scheinbar braucht das neue Konzept wohl doch eine längere Anlaufphase.

Das schwedische Parlament erklärt sich bereit, das Journal im Rahmen von Wissenschaftsförderung zu subventionieren, das bringt zwar Geld, ist Mittag-Leffler noch nicht spektakulär genug. Ein prominenter Sponsor muss her. Je bekannter, desto besser.

Kein Problem für das mathematische Kommunikationstalent, das sogar Verbindungen zum Königshaus besitzt. Dort braucht Mittag-Leffler nicht lange nach einem Mäzen zu suchen.

Er gewinnt Seine Majestät, König Oscar II. von Schweden und Norwegen, höchstpersönlich für sein Anliegen. König Oscar ist nicht nur als Förderer der Wissenschaften und Künste bekannt, sondern selbst studierter Mathematiker!

Schritt 5: *Synthesevorschrift für jede Menge Aufmerksamkeit*
Das Finanzielle ist jetzt bestens abgesichert, *Acta Mathematica* durch einen royalen Glanzpapierumschlag veredelt und Mittag-Leffler – immer noch nicht zu-

frieden. Es fehlen: aufrüttelnde Inhalte aufregender Autoren oder wenigstens Artikel bekannter Kollegen.

Geld und royale Patronage sind scheinbar nicht Werbung genug, die Fachwelt giert nach Ruhm und Ehre und so plant Mittag-Leffler, einen besonderen Köder auszulegen.

Das Lockmittel soll ein Wettbewerb sein. Es ist historisch nicht klar, ob die Idee dazu von Mittag-Leffler oder gar von König Oscar selbst stammt. Wissenschaftliche Wettbewerbe sind gegen Ende des 19. Jahrhunderts durchaus üblich. Die versprochenen Geldpreise nehmen sich zwar eher bescheiden aus, aber das Renommee, das den Gewinnern zuteil wird, ist durchaus mit dem heutiger Nobelpreise vergleichbar.

König Oscar braucht dann auch nur 2500 Kronen plus goldene Medaille zu stiften, dies entspricht gut einem Drittel von Mittag-Lefflers Jahresgehalt als Universitätsprofessor und erscheint heute, im Vergleich zu millionendotierten Nobelpreisen, nicht spektakulär. Aufsehen erregt Mittag-Leffler trotzdem, denn erstmals wird eine Zeitschrift einen Preis vergeben und nicht, wie sonst üblich, eine Akademie.

Schritt 6: *Gehirnfreundlich verankerte Termine*
Damit niemand die Preisverleihung vergisst oder gar übersieht, soll sie an einem besonderen Datum stattfinden. Das ist schnell gefunden – der 21. Januar 1889, König Oscars 60. Geburtstag. Fehlt nur noch eine bissfeste Preisaufgabe.

Schritt 7: *Für jeden Geschmack etwas*
Der Einfluss des mathematikstudierten Königs auf die Aufgabenstellung ist nicht ganz klar. Mittag-Leffler will sich auf jeden Fall nicht auf ein einzelnes Thema festlegen, um möglichst viele Teilnehmer anzusprechen. Er stellt vier Aufgaben zu freien Auswahl vor. Mitte 1885 werden sie in *Acta Mathematica* veröffentlicht, die Bearbeitungszeit beträgt fast ganze drei Jahre – alle Beiträge sind bis zum 1. Juni 1888 einzureichen, in anonymer Form, nur gekennzeichnet durch einen vom jeweiligen Teilnehmer selbstgewählten Spruch, ein Motto. Zur späteren Identifikation sollen Name und Motto in einem zweiten, versiegelten Umschlag beigefügt werden. Dieser wird erst nach Bestimmung des Gewinnerbeitrags geöffnet.

Schritt 8: *Eine hartnäckige Herausforderung nicht zu vergessen*
Die erste Aufgabe ist von so sensationellem Anspruch, dass die drei anderen Themen daneben verblassen. Sie fordert eine Lösung des seit mehr als zwei Jahrhunderten ungeknackten Mehrkörperproblems der Gravitation.

Modellbausatz

Denn ausgerechnet dieses Problem ist etwas ganz Besonderes. Und das bis heute. Der Wissenschaftler Donald G. Saari, einer *der* Spezialisten auf diesem Gebiet, bezeichnet die Beschäftigung damit sogar keck als »das zumindest zweitälteste Gewerbe der Welt«. Aber nur, weil die Bezeichnung »ältestes« schon vergeben ist. Seit Menschengedenken beschäftigen sich die Erdbewohner nämlich mit einem ganz besonderen Dreikörperproblem, lange Zeit ohne zu erfassen, was sie da eigentlich tun: Sie beobachten den Mond. Genauer gesagt, dessen unter Einfluss von Erde und Sonne kompliziert verlaufende, sichtbare Bahn. Bereits vor 3000 Jahren wurden in Mesopotamien entsprechende Beobachtungsdaten schriftlich aufgezeichnet, was als erste empirisch-naturwissenschaftliche Aktivität überhaupt gelten kann. Das über längere Zeitspannen ohne optische Hilfsmittel wie Fernrohre gewonnene Material besticht auch heute noch durch eine geradezu bewundernswerte Genauigkeit.

Als klassisches Dreikörpersystem sind Erde, Sonne und Mond zwar meistens in Dreieckform mit gegenseitigem Gezerre beschäftigt, gelegentlich befinden sich alle Himmelskörper aber auch auf einer Linie, so bei Sonnen- oder Mondfinsternissen. Weil es aber noch weitere Planeten gibt, ist die Anordnung eigentlich ein Mehr-als-drei-Himmelskörperproblem. Strenggenommen sogar ein Extrem-viele-Körper-Problem, weil die Gravitation, ausgerechnet als schwächste aller Kräfte, unendlich weit reicht und sich mangels einer »Gegenladung« nicht abschirmen lässt. Was dazu führt, dass jedes Stück Materie im Universum, und sei es noch so winzig, an jedem anderen zieht. Warum das Massen überhaupt machen, weiß bis heute – trotz diverser Theorien – eigentlich niemand so ganz genau. Wohl aber, dass etwas im Kern so Rätselhaftes wie die Gravitation durchaus einfachen Prinzipien folgen kann.

Insbesondere, wenn man das schöne astronomische n-Himmelskörperproblem zu einem Ort der Mathematik verkommen lässt, zu einem vereinfachten, idealisierten Modell. Dann reicht eine schlichte Gleichung mit dem Namen newtonsches Gravitationsgesetz aus, um die Anziehungskraft zwischen zwei Massen zu beschreiben. Modelle sind zwar nicht mehr als spartanische Demoversionen der Wirklichkeit, gedankliche Konstruktionen mit Grenzen, vom Begriff her noch nicht einmal scharf definiert. Auch wenn sie niemals mit dem beschriebenen Vorgang selbst gleichgesetzt werden können, stellen sie oft die einzige Möglichkeit dar, um wenigstens Teilaspekte einer Fragestellung in den Griff zu bekommen. Trotz ihrer Einfachheit servieren gute Modellvorstellungen gerne völlig neue Erkenntnisse.

Genau das erhofft sich Isaac Newton, als er um 1665 beginnt, die Welt mit dem Bausatz der klassischen newtonschen Mechanik nachzumodellieren.

Dazu konzentriert er die Massen von Sonne, Mond und Sternen zunächst auf ihre jeweiligen Schwerpunkte, schrumpft sie also zu schnöden Massenpunkten zusammen, punktförmigen Objekten ohne Ausdehnung, die in einem Anfall von Amnesie auch noch alle ihre anderen Eigenschaften außer ihrer Masse vergessen. So etwas wie Eigenrotation fällt auch weg, denn für Punkte macht es keinen Sinn, sich um sich selbst zu drehen. Die Punktmassen können lediglich gravitativ aufeinander einwirken, sich bewegen samt Brems- und Beschleunigungsvorgängen – natürlich völlig reibungsfrei – und zu jedem Zeitpunkt einen Aufenthaltsort haben.

Das war's. Mehr scheint nicht los zu sein im newtonschen Massenpunkteuniversum, das wahlweise in 3D, 2D oder 1D erhältlich ist. Als Raum, Fläche oder – für alle, die gerne geradeaus denken – als Linie.

Die Massenanziehungskraft selbst hat sich an Regeln zu halten: Sie wächst einerseits proportional mit den beiden beteiligten Massen, wird andererseits aber umso kleiner, je weiter sie voneinander entfernt sind. Die Gravitation verringert sich sogar mit dem Abstandsquadrat – wenn sich die Entfernung der Massenpunkte verdoppelt, sinkt ihre gegenseitige Anziehung auf ein Viertel. Das lässt sich auch kürzer und exakter aufschreiben: als Gleichung, sozusagen übersetzt in die Sprache der Mathematik. Und alles, was sich damit anstellen lässt, ist eher ein mathematisches als ein physikalisches Problem.

Keine Ausdehnung, aber einen Bordcomputer

In diesem Gravitationsgesetz ($F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$ in seiner einfachsten Darstellung; mit F : Kraft, G : Gravitationskonstante, m_1 : Masse 1, m_2 : Masse 2 und r : Abstand) steckt aber noch mehr drin. Man sieht es dem schlichten Ding nicht an, aber es lässt sich zu einem genialen Bordcomputer für Massenpunkte umbauen, der alles berechnen kann, was die unendlich kleinen Objekte in Zukunft machen werden oder in der Vergangenheit verbockt haben. Dazu ist nur die Eingabe von ganz wenigen Daten – sie heißen Anfangsbedingungen oder Anfangswerte – erforderlich: Orte und Geschwindigkeiten der ausdehnungs- und ahnungslosen Kleinkörper zu einem festgelegten Zeitpunkt. Dann kann die Vorhersage aller Bewegungen, aller Orte und Geschwindigkeiten zu allen Zeitpunkten erfolgen.

Könnte, theoretisch. In der jetzigen Form sagt es nur etwas über die Gravitationskraft aus. Orte zeigen sich nur indirekt über ihren Abstand. Hinweise auf Zeiten und Geschwindigkeiten? Vorerst nicht aufzufinden.

Der Umbau der Gleichung entwickelt sich selbst für Newton zu einer extremen Herausforderung. Er muss sich eine völlig neue Art von Mathematik überlegen, um sein eigenes Gravitationsgesetz so umzuformen, dass es etwas über das dynamische Verhalten der beiden Massenpunkte aussagt.

Das Übel heißt Infinitesimalrechnung, besteht aus den Teilgebieten Differential- und Integralrechnung und soll damit fertig werden, wenn sich Dinge kontinuierlich ändern – wie die Gravitationskraft bei sich bewegenden Massen, deren Abstand nicht gleich bleiben will.

Unabhängig von Newton grübelt in etwa zur selben Zeit auch Gottfried Wilhelm Leibniz über die gleiche Rechentechnik nach. Und das ganz ohne Mehrkörperproblem, denn er beschäftigt sich mit dem Steigungsverhalten von Kurven. Um dies zu untersuchen, zerlegt er die betreffende Kurve in hinreichend kleine Abschnitte, bestimmt die jeweiligen Differenzen der x- und der y-Werte und berechnet dann für jedes Stückchen den Steigungsquotienten.

Je schmaler er die Abschnitte auf der x-Achse macht, desto mehr nähert sich die so berechnete Sekantensteigung der tatsächlichen Tangentensteigung an einem bestimmten Punkt der Kurve an. Der Wert wird umso ähnlicher und besser, je mehr die Breite der Stücke gegen Null geht. Er darf nur nicht exakt 0 werden, weil man sonst durch 0 dividieren müsste, was streng verboten ist. Durch das berühmte gegen Null schicken wird aus einer Sammlung diskret vereinzelter Werte eine neue, kontinuierliche Kurve aus Steigungswerten, die sogenannte Steigungskurve oder Ableitung. Der Vorgang, eine Steigungskurve zu erstellen, heißt neben ableiten auch differenzieren. Die erhaltenen Steigungskurven oder Ableitungsfunktionen lassen sich erneut differenzieren. Auf diesem Weg erhält man die 2. Ableitung.

Graphisch ist das mühsam. Schneller geht das Ableiten, wenn die Funktionsgleichung einer Kurve bekannt ist, wie z. B. bei der Parabel $y = x^2$. Dann helfen die von Newton und Leibniz entwickelten schematischen Rechenvorschriften. Für die Steigungsfunktion lässt sich dann schnell als erste Ableitung $y' = 2x$ hinschreiben, als zweite $y'' = 2$.

Das Ableiten lässt sich auch rückwärts treiben, heißt dann integrieren oder Stammfunktion suchen. Ist aber meistens, wie rückwärts frühstücken, nicht ganz so schön wie der gleiche Vorgang vorwärts. Die genaue Vorgehensweise basiert ebenfalls auf festgelegten Regeln, gelegentlich auch auf Integraltabellen und soll hier nicht weiter quälen. Bis jetzt ist allerdings noch nicht ganz klar, welche Größen Newton im Fall des Gravitationsgesetzes eigentlich besagten Operationen unterziehen will. Bei einer Kurvenlinie auf dem Papier mit x und y ist das noch einfach festzustellen, aber aller Anfang ist ja immer harmlos und bescheiden.